情

令 和 6 年 度 入 学 者 選 抜

一般選抜（前期日程）・

特別選抜（社会人・帰国生徒・外国人留学生）　試験問題

情報科学部

試験科目　数　学

試 験 開 始	9:30
試 験 終 了	11:30

【受験上の注意】

1　問題冊子・解答用紙は，試験開始の合図があるまで開かないこと。

2　試験開始後，ただちに次のことについて，よく確かめること。

ア．乱丁・落丁のある場合は，速やかに手を挙げ，監督者に知らせること。

イ．問題冊子は，全部で 6 ページである。

ウ．解答用紙は，全部で 3 枚である。

3　すべての解答用紙の所定の欄に，氏名，受験番号を記入すること。

4　解答は，所定の欄内にはっきりと記入し，欄外には記入しないこと。

5　問題冊子の余白は，メモまたは下書きに利用してよい。

6　解答用紙は，すべて回収する。

7　問題冊子は，持ち帰ること。

第 1 問

n を自然数とし，i を虚数単位とする。$\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i$ とし，その複素数平面上の点を $\mathrm{A}(\alpha)$ とおく。点 $\mathrm{A}(\alpha)$ を原点 O のまわりに $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転した点を $\mathrm{B}(\beta)$ とおく。また，点 $\mathrm{A}(\alpha)$，$\mathrm{B}(\beta)$ を原点 O のまわりに $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転した点をそれぞれ $\mathrm{A}_1(\alpha_1)$，$\mathrm{B}_1(\beta_1)$ とおく。さらに，$n \geqq 2$ に対して，点 $\mathrm{A}_{n-1}(\alpha_{n-1})$，$\mathrm{B}_{n-1}(\beta_{n-1})$ を原点 O のまわりに $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転した点をそれぞれ $\mathrm{A}_n(\alpha_n)$，$\mathrm{B}_n(\beta_n)$ とおく。$\triangle \mathrm{OA}_n\mathrm{B}_n$ の重心を $\mathrm{G}_n(\gamma_n)$ とおく。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 点 $\mathrm{B}(\beta)$ を表す複素数を求めよ。

(2) 点 $\mathrm{G}_n(\gamma_n)$ を表す複素数を求めよ。

(3) 2 点 $\mathrm{A}(\alpha)$，$\mathrm{G}_{100}(\gamma_{100})$ を結ぶ線分 AG_{100} を $3:1$ に外分する点を表す複素数を求めよ。

(4) $\triangle \mathrm{OA}_{100}\mathrm{B}_{100}$ に外接する円の方程式を求めよ。

(余白)

第２問

A，B，C，D の４人が，以下のゲーム１を行い,「ゲーム１の勝者」を１人決める。続いて「ゲーム１の勝者」を除く３人が，以下のゲーム２を行い,「ゲーム２の勝者」を１人決める。

（ゲーム１） A，B，C，D がこの順番で「さいころを投げる操作」を，誰かが１または２の目を出すまで繰り返す。１または２の目を最初に出した人を「ゲーム１の勝者」とする。

（ゲーム２） 「ゲーム１の勝者」を除く残りの３人が，順番に「さいころを投げる操作」を，誰かが１，２，３のいずれかの目を出すまで繰り返す。１，２，３のいずれかの目を最初に出した人を「ゲーム２の勝者」とする。ただし，A が「ゲーム１の勝者」の場合は B，C，D がこの順番で，B が「ゲーム１の勝者」の場合は A，C，D がこの順番で，C が「ゲーム１の勝者」の場合は A，B，D がこの順番で，D が「ゲーム１の勝者」の場合は A，B，C がこの順番で，それぞれ「さいころを投げる操作」を繰り返すものとする。

ゲーム１とゲーム２において「さいころを投げる操作」とは，１人が１個のさいころを１回投げることを指す。

このとき，以下の問いに答えよ。

(1) ゲーム１とゲーム２を合わせて，ちょうど５回の「さいころを投げる操作」で「ゲーム２の勝者」が決まる確率を求めよ。

(2) ゲーム１とゲーム２を合わせて，ちょうど 10 回の「さいころを投げる操作」で「ゲーム２の勝者」が C に決まる確率を求めよ。

(3) ゲーム１とゲーム２を合わせて，ちょうど 10 回の「さいころを投げる操作」で「ゲーム２の勝者」が C に決まったとき，A が「ゲーム１の勝者」となる条件付き確率を求めよ。

(余白)

第３問

n を自然数とし，媒介変数 t $\left(0 \leqq t \leqq \frac{2\pi}{n+2}\right)$ を用いて

$$x_n = (n+1)\cos t + \cos\big((n+1)t\big)$$
$$y_n = (n+1)\sin t - \sin\big((n+1)t\big)$$

で表される曲線を C_n とする。また，

$$S_n = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{2\pi}{n+2}} \left(x_n \frac{dy_n}{dt} - y_n \frac{dx_n}{dt} \right) dt$$

とし，L_n を C_n の長さとする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{dx_n}{dt}$，$\dfrac{dy_n}{dt}$ を求めよ。

(2) S_n を求めよ。

(3) L_n を求めよ。

(4) $a_n = \dfrac{S_1 S_2 \cdots S_n}{n! L_1 L_2 \cdots L_n}$ とするとき，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の収束，発散を調べ，収束するときはその和を求めよ。

(余白)